Estimação de Função de Produção

Victor Gomes

1 Model

Modelo de decisão da firma em contexto de equilíbrio recursivo/Markov não-competitivo, Olley-Pakes'96.

$$V(k_t, a_t, \omega_t) = \max\{\Phi, \pi_t(k_t, a_t, \omega_t) - \sup(-c_t(i_t)) + V_{t+1}(k_{t+1}, a_{t+1}, \omega_{t+1})\} \tag{1}$$

k_t estoque de capital no período t

a_t idade da firma no período t (como em Jovanovic'82)

ω_t o nível de eficiência/produtividade no período t

Φ decisão de saída/permanência no mercado em t

i_t investimento da firma no período t

$c()$ custo do investimento

$\pi_t(\cdot)$ função de lucro

A partir da solução do problema existem basicamente duas regras de decisão para a firma: (i) saída/permanência e (ii) investimento.

Regra de saída

$\chi_t = 1$ a firma decide permanecer no mercado então $\omega_t = \bar{\omega}_t(k_t, a_t)$

Regra de investimento

$i_t(k_t, a_t, \omega_t)$

Investimento é sempre > 0.

2 Estimação

Suponha a seguinte função de produção Cobb-Douglas:

$$Y_{it} = Z_{it} L_t^{a1} K_t^{a2} A_t^{a3} \tag{2}$$

tal que Y é a produção (no caso, valor-adicionado) da firma i no período t, K o estoque de capital, L o nível de emprego ou horas trabalhadas, A a idade da firma, e Z a PTF livre do efeito idade da firma.

2.1 Primeiro Estágio

Log-linearizando a equação acima, representando as variáveis em minúsculo como log (e.g. $y = log(Y)$) e escrevendo na forma estimavel, temos a seguinte equação:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_l l_{it} + \beta_k k_{it} + \beta_a a_{it} + \omega_{it} + \eta_{it} \tag{3}$$

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_l l_{it} + \phi_{it}(k_{it}, a_{it}, \omega_{it}) + \eta_{it} \tag{4}$$

$$\phi_{it}(k_{it}, a_{it}, \omega_{it}) = \beta_k k_{it} + \beta_a a_{it} + \omega_{it}(k_t, a_t) \tag{5}$$

Idéia é aproximar $\phi_t(\cdot)$ por um polinômio de terceira ordem. Assim:

$$y_{it} = \delta_0 + \beta_l l_{it} + \sum_{v=0}^{3} \sum_{j=0}^{3-v} \delta_{ij} k_{it}^v a_{it}^j + \eta_{it} \tag{6}$$

pode ser estimada por OLS (Robinson'88, Pagan-Ullah'98 cap.4). Observação é que β_0 não é igual a δ_0.

O segundo estágio de uma versão simplificada de Olley-Pakes é a estimação que concerne a identificação de β_k. Potencialmente β_l já está resolvido.

2.2 Segundo Estágio

A partir da estimação do primeiro estágio pode se calcular os valores previstos de $\hat{y}_{it}$ e $\hat{\beta}_l l_{it}$. Portanto podemos calcular

$$\hat{\phi}_{it} = \hat{y}_{it} - \hat{\beta}_l l_{it}$$

$$\hat{\phi}_{it} = \hat{\delta}_0 + \sum_{v=0}^{3} \sum_{j=0}^{3-v} \hat{\delta}_{ij} k_{it}^v a_{it}^j - \hat{\beta}_l l_{it} \tag{7}$$

Em seguida, com um guess-value para β_k, podemos estimar um valor previsto para ω. Portanto

$$\hat{\omega}_{it} = \hat{\phi}_{it} - \beta_k^* k_{it} \tag{8}$$

tal que β_k^* é um guess-value para β_k.

Em seguida, Olley-Pakes propões uma aproximação não-paramétrica para $\widehat{\mathrm{E}[\omega_{it} \mid \omega_{it-1}]}$ que assume a seguinte forma:

$$\hat{\omega}_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 \omega_{it-1} + \gamma_2 \omega_{it-1}^2 + \gamma_3 \omega_{it-1}^3 + \varepsilon_{it} \tag{9}$$

Dado $\hat{\beta}_l$, β_k^* e $\widehat{\mathrm{E}[\omega_{it} \mid \omega_{it-1}]}$, a amostra residual da função de produção é

$$\widehat{\eta_{it} + \varepsilon_{it}} = y_{it} - \beta_l l_{it} - \beta_k^* k_{it} - \widehat{\mathrm{E}[\omega_{it} \mid \omega_{it-1}]} \tag{10}$$

O último passo a estimativa de $\hat{\beta}_k$ de β_k e esta é a solução de seguinte função

$$\min_{\beta_k^*} \sum_t \left\{ y_{it} - \hat{\beta}_l l_{it} - \beta_k^* k_{it} - \widehat{\mathrm{E}[\omega_{it} \mid \omega_{it-1}]} \right\}^2 \tag{11}$$